

Un *carmen figurato* di fine XII secolo, lo schema planimetrico della Basilica di Sant' Ambrogio in Milano e i primi n numeri dispari

[A stampa in in «Aevum», 2003/2, pp. 161-182. Distribuito in formato digitale da 'Scrineum'].

Sul verso di tre documenti milanesi del XII secolo è raffigurata la variante di un *carmen figuratum* in forma di croce dello ps. Venanzio Fortunato: vi sono ripetuti quattro versi che possono essere letti secondo centinaia di percorsi articolati lungo linee parallele e ortogonali tra loro. La geometria della composizione differisce però da quella delle attestazioni già note perché adattata allo schema planimetrico della basilica di Sant' Ambrogio. Questa particolare variante costituisce inoltre la rappresentazione geometrica di una serie numerica già nota dall'antichità, espressa attraverso il calcolo dei percorsi di lettura possibili.

1.1. *Il carmen figuratum sulla santa croce*

Tre pergamene milanesi risalenti alla fine del XII secolo ci consegnano un esempio paradigmatico dell'unitarietà del sapere medievale. Esse costituivano in origine un'unica membrana, successivamente tagliata in tre parti per collocare i documenti che conteneva nel fondo archivistico della canonica di S. Ambrogio di Milano in ordine cronologico. I pezzi, una volta ricomposti, rivelano che essa recava sul verso una complessa, inedita variante di un *carmen figuratum* attribuito a Venanzio Fortunato ([Tav. I](#)): i versi che esaltano la Santa Croce sono scritti ciascuno lungo centinaia di percorsi possibili in una figura che non è una semplice croce, come nel modello del poeta del VI secolo ([Tav. II](#)), ma una croce i cui quattro bracci sono costituiti ciascuno dalla pianta della basilica santambrosiana ([Tav. III](#) e [Tav. IV](#)). Il recto delle tre pergamene contiene altrettante conferme apostoliche di una prebenda canonica di S. Ambrogio in copia autentica sincrona o di poco posteriore. Il documento più recente è del 1192: la mano dell'autore della croce si colloca nello stesso periodo o negli anni immediatamente successivi.

Il *carmen* è senza dubbio ispirato a quello ampiamente attestato nel Medioevo e attribuito a Venanzio, al quale è molto simile: ad esso sono state però applicate alcune piccole ma molto significative modifiche che ne fanno una composizione di notevole ricchezza.

La geometria della croce che ospita i versi, infatti, è stata mutata appositamente per consentire almeno un altro livello di interpretazione. Oltre al piano letterario e religioso del *carmen figuratum* sulla Santa Croce inscritto nel disegno di una croce, possiamo individuare quello architettonico, che restituisce lo schema planimetrico di un edificio evidentemente caro all'autore, cioè la basilica di S. Ambrogio. Inoltre, il calcolo dei percorsi di lettura possibili corrisponde alla serie numerica – già nota ai pitagorici e passata al Medioevo europeo grazie a Boezio – da cui partirà Fibonacci per l'elaborazione del *Liber quadratorum* del 1225, e che nella croce è rappresentata geometricamente.

Quella milanese è una variante inedita di un *carmen* spurio di Venanzio Fortunato¹ nel quale i versi sono iscritti in una figura di croce latina che si allarga mediante tre gradini all'estremità di ciascuno dei quattro bracci. Il *carmen* è costruito intorno a un distico molto diffuso, le cui vicende sono ampiamente ricostruite in uno studio del Bischoff²: i versi in lode alla Croce sono da attribuirsi a Calbulo, poeta e grammatico africano del V secolo³; essi furono inseriti nella figura della croce in età carolingia o precarolingia e sono traditi in questa forma sia dai manoscritti contenenti raccolte dei *carmina* di Venanzio, sia da altre fonti.

Da un lato esistono infatti i codici che attestano la croce tra i *carmina* di Venanzio, dall'altro sono pervenuti vari esemplari in testi a carattere religioso e devozionale. Citiamo qui la copia del IX secolo del *De institutione clericorum* di Rabano Mauro, conservata a Colonia⁴, oltre alla croce d'argento dell'XI appartenuta al vescovo di Eichstätt Gundekar (successivamente riprodotta in un codice)⁵, e a un manoscritto di Erfurt della metà del XII⁶. Oltre alle prove della diffusione di questa croce, per cui rimandiamo alle edizioni critiche di Venanzio e al saggio del Bischoff, possiamo aggiungere che la versione in argento di Gundekar, che egli portava al petto quando celebrava, deve essere stata almeno vista da un ecclesiastico lombardo di rilievo: Guido da Velate, arcivescovo di Milano, presente (insieme anche al presule pavese) all'elezione del vescovo tedesco. A partire dal secolo XIII, poi, la notorietà del *carmen* in Italia pare legata a Tommaso d'Aquino, a cui è attribuita una riproduzione della croce su una parete della chiesa del convento domenicano di S. Giacomo in Anagni⁷.

La croce tradita dai manoscritti finora noti, nella versione più comune, cioè quella riferibile a Venanzio, reca le seguenti invocazioni, dal braccio maggiore inferiore e procedendo in senso antiorario (Tav. II):

Crux est quam semper adoro

Crux Domini mecum

Crux mihi certa salus

Crux mihi refugium.

Il blocco centrale è di 5 x 5 lettere e i bracci, contenenti ciascuno cinque linee parallele di lettere, hanno lunghezze diverse: il maggiore di 14 lettere, quello superiore di 10, i laterali di 8

* Ringrazio i proff. Mirella Ferrari e Dino Puncuh per i molti preziosi suggerimenti. Le pergamene milanesi (Archivio di Stato di Milano, Arch. Diplomatico, Pergamene per fondi, cart. 303, nn. 142, 164, 190) sono riprodotte per cortese autorizzazione della Direzione dell'Archivio nella Tav. I.

¹ Venant. carm. spur. II, in MGH, *Auctores antiquissimi*, ed. F. LEO, IV, Berolini 1881, 381; carm. II, 5a in Venanzio Fortunat, *Poèmes*, I, ed. M. REYDELLET, Paris 1994, 56-57. In un solo codice, Sangall. 196, questo *carmen* è posto nel *liber II* dopo il *caput V*. Altri *carmina figurata* sulla Croce, completamente diversi nella struttura, sono Venant. carm. II, 4 e II, 5, oltre a V, 6a (cfr. ed. LEO, 30, 33 e 116; ed. REYDELLET, 54-55 e II, Paris 1998, 33). Cfr. inoltre D. SCHALLER - E. KÖNSGEN, *Initia carminum Latinorum saeculo undecimo antiquiorum*, Göttingen 1977, nn. 2902 e 2911; J. SZÖVERFFY, *Venantius Fortunatus and the Earliest Hymns to the Holy Cross*, New York 1966 (Classical Folia, 20), 107-22.

² B. BISCHOFF, *Ursprung und Geschichte eines Kreuzsegens*, in ID., *Mittelalterliche Studien*, II, Stuttgart 1967, 275-84.

³ Cfr. E. BAEHRENS, *Poetae Latini minores*, IV, Lipsiae 1882, 429; MGH, *Poetae Latini aevi Carolini*, II, ed. E. DÜMMLER, Berolini 1884, 257, n. 18, ove il distico è riportato tra quelli di origine incerta fra i *carmina* di Rabano Mauro.

⁴ Köln, Dombibliothek, Dom. Hs. 110, f. 1v (la fotografia è disponibile on-line all'indirizzo <http://www.dombibliothek-koeln.de/publikation/plotzek-koelner-dombibliothek.html>, da cui si accede all'immagine del f. 1v).

⁵ Il *carmen* è descritto e riprodotto in *Acta Sanctorum. Augusti*, I, Antverpiae 1733, 181, e in Gundehari *Liber pontificalis Eichstetensis*, ed. L.C. BETHMANN, in MGH, *Scriptores*, VII, 242. La croce d'argento che il vescovo portava al petto fu poi da lui stesso donata all'altare della cappella di S. Maria e S. Giovanni Evangelista nella cattedrale.

⁶ Si veda a questo proposito BISCHOFF, *Ursprung und Geschichte*, 277-78, che ne riproduce lo schema.

⁷ Ibidem, 279. A parte la questione dell'attribuzione a Tommaso, piuttosto controversa, nella chiesa di S. Giacomo è ancora oggi conservata, anche se rimaneggiata nel corso del tempo, una grande croce murale con lettere policrome dipinte a fresco su intonaco bianco (dimensioni cm. 194 x 144): i versi e lo schema sono quelli di Venanzio, con le estremità dei bracci a tre gradini, salvo lo scambio dei versi nei bracci laterali. Ringrazio vivamente a questo proposito il

(in molti manoscritti il destro presenta una lunghezza di 8 lettere lungo le linee più esterne ma di solo 7 nelle tre centrali, a causa di un difetto di costruzione dello schema). I gradini all'estremità di ciascun braccio della croce sono tre.

I versi milanesi sono stati leggermente modificati rispetto al testo edito tra gli pseudo-venanziani (Tav. III):

Crux est quam semper adoro

Crux Domini mecum

Crux pia refugium

Crux michi certa salus.

Il verso *Crux mihi refugium* risulta mutato in *Crux pia refugium*: tale modifica si deve all'esigenza di rendere effettiva la simmetria dei bracci laterali della croce, che nei manoscritti di Venanzio recanti il *carmen* non è perfetta a causa del diverso numero di lettere dei due versi. Tale espediente è attestato in altri due casi già citati, quello di Colonia e quello di Erfurt: in entrambi, però, la disposizione dei versi nella figura di croce è quella tradizionale. L'altra caratteristica comune a questi due e al nostro milanese è che i gradini che allargano le estremità dei bracci sono due anziché tre.

Per contro, molto modificata rispetto a tutte le altre attestazioni note risulta la geometria della croce: il braccio maggiore ha lunghezza 16 lettere, quello superiore 9, i laterali 8.

La croce milanese non è né una copia pedissequa di quella che circolava nel Medioevo né un semplice tentativo di migliorarne la costruzione. Cercheremo dunque di dimostrare che l'esemplare sul *verso* della pergamena santambrosiana è una variante del *carmen* ideata affinché si inscrivesse nello schema planimetrico della basilica di S. Ambrogio (il modulo della composizione, cioè ogni lettera, corrisponde al modulo della pianta, cioè ogni campata). Ancora, il calcolo sistematico dei percorsi di lettura dei versi è esprimibile attraverso una particolare serie numerica.

1.2. La geometria della croce e la planimetria della basilica di S. Ambrogio

Nella croce ciò che conta è la disposizione delle lettere. Esse costituiscono i componenti elementari della figura e danno luogo a una struttura regolare: per comprendere in modo corretto la geometria della croce è necessario dunque studiare la griglia modulare determinata dalle lettere (Tav. III)⁸.

La croce è costituita da 5 blocchi a struttura simmetrica: i 4 bracci hanno un solo asse longitudinale di simmetria, mentre il blocco centrale – che incerniera gli altri 4 – è simmetrico rispetto ai due assi ortogonali.

Come abbiamo già detto, la geometria della croce di Venanzio è stata modificata in modo da avere il braccio maggiore lungo 16 lettere e i minori 8 (quello superiore 9 per le ragioni che vedremo).

La variante è dettata dalla volontà di restituire alcune proporzioni precise: ogni braccio corrisponde alla planimetria della basilica di S. Ambrogio di Milano, riprodotta lungo i quattro

parroco emerito don Francesco Cardinali, che è stato prodigo di informazioni a riguardo e mi ha fornito alcune fotografie.

⁸ Nessuna rilevanza ha invece il perimetro della croce che racchiude la lettere, tracciato a mano libera in modo poco accurato.

semiassi cartesiani che hanno origine nella «c» centrale; il blocco quadrato al centro è composto dalle quattro zone absidali che si intersecano, con le rispettive absidi maggiori idealmente sovrapposte a costituire la cerniera sulla quale si impertina l'intera struttura (Tav. IV).

La basilica presenta una nave centrale costituita da quattro grandi campate a ciascuna delle quali ne corrispondono due minori nelle navate laterali, cioè otto. Lo spazio dell'aula risulta nettamente separato da quello del gruppo absidale: le absidi maggiore e minori sono infatti costruite rispettivamente su un'arcata della stessa ampiezza della nave centrale e sulle due cappelle minori che prolungano la teoria delle campatelle laterali. Sulla facciata, a cinque campate, si innesta il portico di Ansperto, profondo anch'esso otto campate. Le tre centrali di portico e facciata sono più strette e corrispondono all'ampiezza della navata centrale.

Dunque, le cinque linee parallele di lettere contenute in ciascun braccio corrispondono alla larghezza di cinque campate della basilica di S. Ambrogio e del portico (ed è questo particolare, crediamo, che avrebbe ispirato il nostro autore); la lunghezza dei bracci minori rappresenta le otto campate di lunghezza della basilica e quella del braccio maggiore le otto della basilica più le otto del quadriportico.

Nel blocco centrale, inoltre, si riscontra una vistosa anomalia: mentre in verticale presenta 5 colonne di lettere, analogamente ai quattro bracci, in orizzontale ne presenta solo 3 (in Venanzio era invece regolare, di 5 x 5). L'anomalia risponde all'esigenza di rappresentare fedelmente i rapporti planimetrici della zona absidale della basilica ambrosiana e di ottenere, di conseguenza, che i gradini all'estremità di ogni braccio siano sempre due.

Quanto alla zona absidale, le relative quattro riproduzioni, diversamente orientate e sovrapposte, danno luogo al blocco centrale, dotato di due assi di simmetria. Esso presenta 5 lettere in verticale e solo 3 (anziché 5) in orizzontale: la riga orizzontale centrale «x-u-r-c-r-u-x» è molto più alta delle altre e, da sola, incerniera le tre linee centrali dei due bracci orizzontali. La «c» centrale che origina tutti i versi, infatti, è inscritta nell'abside maggiore, ed è per questo che la riga che a quella «c» corrisponde risulta più alta: e anche più larga, perché all'ampiezza dell'abside maggiore corrisponde l'intera navata centrale, a sua volta corrispondente alle tre campate centrali del portico, più strette rispetto alle laterali. In questo modo le «x» di «crux» sono collocate ai vertici del quadrato centrale dato dall'intersezione dei quattro gruppi absidali riprodotti, cioè nei punti che in pianta corrispondono alle due cappelle sulle quali sono impostate le absidiole minori. Le suddette due cappelle della zona absidale sono state cioè correttamente rappresentate al di fuori dell'aula, perché la basilica è stata percepita esattamente come appare a chi vi entra, in due parti distinte: una costituita dalle otto campate laterali e dalle corrispondenti quattro grandi crociere centrali e l'altra dalle cappelle con le absidiole e l'abside maggiore; a quest'ultima parte si fa corrispondere la parola «crux», comune ai quattro versi.

Come abbiamo anticipato, un altro elemento degno di nota nella geometria della croce è costituito dall'allargamento a gradini delle estremità dei bracci. In una simile composizione, stabilita la lunghezza dei versi, i gradini sono determinati dal rapporto tra il numero di file di lettere presenti in ogni braccio (sempre 5) e la profondità dei bracci medesimi. Quelli costruiti sulla pianta di S. Ambrogio sono profondi 8 lettere (le 8 campate) e hanno base di 9: danno luogo quindi a due gradini; analogamente avviene nel caso del braccio costruito su basilica e portico, che è profondo 16 lettere e ha base sempre di 9. Come vedremo, il particolare dei due gradini dà adito a ulteriori osservazioni.

Tra la rappresentazione della zona absidale e i due gradini, comunque, come abbiamo accennato, la simmetria del blocco centrale reca con sé un'ulteriore anomalia: il braccio superiore presenta una campata in più. Del resto, poiché il nucleo centrale, irregolare, ospita in verticale solo 3 lettere anziché 5 come in orizzontale (cioè una sola lettera per parte oltre alla «c», anziché due), era necessario aggiungere una campata nel braccio superiore, per far tornare i conti della lettura.

L'errore vero e proprio, invece, è nei bracci laterali. Sempre a causa del nucleo centrale che in verticale presenta solo 3 lettere e non 5, i percorsi di lettura più esterni non sono praticabili (Tav. III). Il braccio destro, inoltre, contiene una frase troppo lunga, per cui non esiste neppure un percorso di lettura del tutto corretto. Tuttavia, considerando la complessità dei vincoli ai quali l'autore ha voluto sottomettere la geometria di questa croce, pare proprio che egli non avrebbe potuto fare di meglio⁹.

Infine, quanto alle ragioni per cui al nostro autore sia venuto spontaneo schematizzare geometricamente la pianta basilicale attraverso il modulo quadrato, va considerato innanzitutto che la pianta di S. Ambrogio è strutturata sulla crociera quadrata delle campate: posto di volere procedere a una schematizzazione, quella su base quadrata è l'unica possibile. Ancora, va osservato che un simile procedimento ben si inserisce anche nella teoria del principio geometrico *ad quadratum*, ideata proprio nel XII secolo dai costruttori cisterciensi e caratteristica della nascente architettura gotica. Riconosciuta la geometria quale fondamento dell'architettura, ogni elemento viene concepito in funzione di un poligono regolare, e tale modulo-base è comunemente proprio il quadrato: tutte le proporzioni di un edificio dipendono quindi da rapporti tra lati di quadrati espressi attraverso progressioni geometriche di superfici¹⁰.

A proposito di progressioni geometriche, esaminiamo dunque la serie numerica espressa nella geometria della croce milanese.

1.3. Il calcolo dei percorsi di lettura e la serie dei primi n numeri dispari

La croce consente di leggere lungo molti percorsi i quattro versi sopra citati:

Crux est quam semper adoro (22 lettere)

Crux Domini mecum (15 lettere)

Crux pia refugium (15 lettere)

Crux michi certa salus (19 lettere, il verso troppo lungo).

⁹ Per costruire una croce perfetta bisognerebbe partire dal centro, dalla disposizione delle lettere nel blocco centrale, 5 lettere per 5 lettere. La prima osservazione da fare è che, per rendere sempre possibili i percorsi di lettura più esterni dei bracci laterali, si dovrebbero scegliere quattro frasi che non siano solo lunghe uguali ma che, dopo «crux», inizino anche con la stessa lettera. Il blocco centrale, dovrebbe cioè essere simmetrico non solo rispetto ai due assi della croce ma anche rispetto alle proprie diagonali. In una simile configurazione, le proporzioni della zona absidale sarebbero state salve, ma non sarebbe stato possibile inscrivere solo le 4 lettere di «crux»: il blocco centrale, di 5 per 5, avrebbe richiesto una quinta lettera. Si porrebbe costruire in italiano, in inglese, in tedesco e in francese, per esempio, con «croce», «cross», «Kreuz» e «croix», ma non in latino con «crux». Nell'ipotesi di «crux Domini mecum» l'autore avrebbe dovuto insomma includere la «D» di «Domini» nel gruppo che rappresenta l'abside e che invece, comprensibilmente, desiderava considerare come unità a parte individuata dalla sola parola «crux», con le «x» ai vertici. L'esercizio perfetto, in sintesi, avrebbe dovuto essere una croce greca con la stessa frase ripetuta quattro volte (o quattro frasi diverse con in comune «crux» e la lettera seguente), inscritta nella planimetria della basilica: sarebbe però andata perduta la finezza della rappresentazione dell'abside. Per ottenere una croce latina, onde tenere conto anche della pianta della basilica completa di portico, sarebbero state necessari due versi, uno breve e uno lungo.

¹⁰ O. VON SIMSON, *La cattedrale gotica. Il concetto medievale di ordine*, Bologna 1988, e R. BECHMANN, *I disegni tecnici del taccuino di Villard de Honnecourt*, in *Villard de Honnecourt. Disegni*, a cura di A. ERLANDE - BRANDENBURG - R. PERNOD - J. GIMPEL - R. BECHMANN, Milano 1987, 43-55 e tav. 28.

Stabilita la sequenza fissa di lettere di ciascun braccio, essa è ripetuta cinque volte lungo cinque linee parallele, cioè quella corrispondente all'asse di simmetria e altre due file per parte. La linea centrale (l'asse di simmetria del braccio) inizia con la prima lettera della sequenza, le due intermedie con la seconda e le due più esterne con la terza lettera. Giunta all'estremità di ogni braccio la sequenza prosegue sulla linea perpendicolare all'asse, lungo la base. Lo schema è arricchito dall'allargamento a gradini del braccio verso l'estremità, per cui le linee parallele diventano sette alla penultima lettera dell'asse e nove all'ultima, cioè alla base.

Si può procedere alla lettura dei versi a partire dalla «c» centrale con due movimenti, in linea retta oppure girando ad angolo retto verso l'esterno: è possibile muoversi lungo l'asse del braccio prescelto oppure saltare sulla linea parallela; e là, di nuovo, si può continuare lungo la linea o saltare sulla successiva. Una volta allontanatisi dall'asse, cioè verso l'esterno, nell'una o nell'altra direzione, lo spostamento è consentito sempre e solo proseguendo in quella stessa direzione (non si può cioè riavvicinarsi all'asse). Il percorso, una volta giunti alla base di ciascun braccio, prosegue lungo la base medesima, sempre verso l'esterno. E' dunque possibile cambiare linea non più di quattro volte complessivamente, come quattro per ogni lato sono le parallele all'asse (ridotte a una sola lettera) alla base del braccio.

I bracci superiore e inferiore sono costruiti perfettamente e consentono tutti i percorsi, mentre quelli laterali presentano qualche difetto a causa dell'anomalia del blocco centrale su cui ci siamo già soffermati (i lati che originano i bracci laterali contengono 3 sole lettere anziché 5); inoltre, la frase contenuta nel braccio destro è troppo lunga in rapporto ad esso (19 lettere invece di 15).

Procediamo ora al calcolo dei percorsi possibili. Il verso più lungo, quello di 22 lettere del braccio inferiore, può essere letto lungo 648 percorsi di lettura diversi, cioè 324 a destra dell'asse di simmetria e 324 a sinistra.

Per capire meglio la costruzione, e soprattutto per apprezzare la particolarità della croce milanese (in sé e rispetto a quella di Venanzio), è opportuno analizzare innanzitutto un caso teorico in cui i bracci della croce abbiano sezione costante, senza gradini all'estremità.

Per il braccio maggiore la griglia che parte dalla «c» centrale sarebbe di 18 x 5: vi si potrebbe introdurre quindi una sequenza di 20 lettere, cioè le 18 della lunghezza dell'asse centrale più le due finali delle due linee laterali (uguali a destra e a sinistra). In questo caso i percorsi possibili sarebbero 171 per parte, cioè 342.

Il totale è dato dalla somma dei percorsi praticabili mano a mano che ci si sposta in avanti e di lato. Gli addendi sono 18, tanti quante sono le lettere contenute nell'asse (e quindi anche nelle sue parallele). Si parte dalla «c» centrale, che è la prima lettera della sequenza, e si determinano gli addendi: il primo è dato dai percorsi che abbandonano la linea centrale alla prima lettera (cioè alla «c»), e dà luogo al numero più alto di possibilità; il secondo da quelli che lasciano la linea centrale alla seconda (cioè alla «r»); e così via fino al diciottesimo addendo, che equivale a un solo percorso (la sequenza segue la linea centrale fino alla base e poi continua lungo questa). Nei calcoli che seguono scriveremo gli addendi in ordine decrescente, privilegiando il procedimento di lettura descritto sopra, cioè quello che considera per primo il percorso che per primo si allontana dalla «c»

Quindi, senza gradini, il numero dei percorsi possibili per ciascun semi-braccio a destra e a sinistra dell'asse sarebbe dato da

$18 + 17 + 16 + 15 + \dots + 1 = 171$, cioè la somma dei numeri naturali fino a 18, e lo stesso varrebbe per i percorsi individuati dall'altra parte dell'asse. Totale 342.

La sommatoria dei numeri naturali fino a n , ove n è il numero di lettere contenute nell'asse centrale, è una serie numerica¹¹ che si esprime come:

$$n(n+1)/2$$

Il numero complessivo dei percorsi possibili sarà dunque:

$$n(n+1)$$

I bracci della croce milanese, però, si allargano alla base: la sezione del braccio è di 5 lettere fino alla terzultima riga, alla penultima è di 7 e all'ultima di 9. Sempre considerando il braccio maggiore e partendo dalla «c», la sequenza ospitata è dunque di 22 lettere, che, così disposte, modificano completamente lo schema e, soprattutto, generano una serie numerica diversa.

Ripetiamo il procedimento di calcolo, che prevede i soliti n addendi (18). Questa volta il primo addendo è 35, cioè il doppio di 18 meno 1, in quanto i gradini consentono due varianti alla fine di ogni percorso, eccettuato l'ultimo di ciascuna linea, quando si prosegue lungo questa fino all'estremità del braccio, dando quindi luogo a un'unica possibilità. Iterando il calcolo come nel caso precedente, ciascun addendo diminuisce rispetto al precedente di due unità, anziché una.

Il numero dei percorsi possibili per ciascun semi-braccio a destra e a sinistra dell'asse è dunque dato dalla somma dei primi 18 numeri dispari (cioè quelli inferiori al doppio di 18, che è sempre la lunghezza dell'asse centrale). Sommeremo:

$35 + 33 + 31 + 29 + \dots + 1 = 324$, per poi procedere analogamente al di là dell'asse. Totale 648.

Identico procedimento si applica ai versi contenuti negli altri bracci, considerando sempre la lunghezza dell'asse partendo dalla «c» centrale. Tali bracci contengono sequenze di 15 lettere (di cui 11 sull'asse centrale e 4 lungo il bordo): quelli laterali sporgono dal blocco centrale di 8 lettere a cui vanno sommate le 3 del nucleo, quello superiore di 9 a cui ne vanno sommate solo 2 del nucleo, che fa sempre 11. Il numero dei percorsi diventa:

$21 + 19 + 17 + 15 + \dots + 1 = 121$, e lo stesso vale per l'altra metà del braccio. Totale 242.

La sommatoria dei primi n numeri dispari (cioè dei dispari fino a $2n-1$), ove n è il numero di lettere contenute nell'asse centrale, è una serie numerica¹² che si esprime come:

¹¹ Diamo la dimostrazione del risultato della serie utilizzando l'operatore matematico della sommatoria:

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + (n-1) + n \qquad \sum_{k=1}^n k = n + (n-1) + \dots + 2 + 1$$

sommando membro a membro gli n termini otteniamo

$$2 \sum_{k=1}^n k = 1 + n + 2 + n - 1 + \dots + n - 1 + 2 + n + 1$$

da cui:

$$2 \sum_{k=1}^n k = n(n+1) \qquad \text{cioè} \qquad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

¹² Ne diamo la dimostrazione:

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = 1 + 3 + \dots + [2(n-1)-1] + (2n-1) \qquad \sum_{k=1}^n (2k-1) = (2n-1) + [2(n-1)-1] + \dots + 3 + 1$$

sommando membro a membro gli n termini otteniamo

n

$$n^2$$

Il numero complessivo dei percorsi possibili è dunque dato da una formula molto più semplice rispetto a quella che abbiamo visto prima per la croce senza gradini, ed è:

$$2n^2$$

Vediamo ora il calcolo dei percorsi possibili nella croce di Venanzio, che presenta anch'essa dei gradini alle estremità, ma con un gradino in più rispetto alla nostra. Qui, infatti, i bracci hanno sezione di 5 lettere fino alla quartultima riga, di 7 alla terzultima, di 9 alla penultima e di 11 all'ultima. Consideriamo ancora il braccio maggiore, che ospita 22 lettere: quelle disposte in linea sull'asse centrale sono 17 (anziché 18 come nel caso milanese).

Lo schema è ancora diverso, alla fine di ogni percorso abbiamo cinque variazioni (e una sola, come al solito, quando rimaniamo sulla stessa linea fino all'estremità).

Si nota subito che gli addendi non generano alcuna serie. Il numero dei percorsi è:

$$79 + 74 + 69 + 64 + 59 + 54 + 49 + 44 + 39 + 34 + 29 + 24 + 19 + 14 + 9 + 4 + 1 = 665$$

che non è esprimibile in relazione a n .

In altre parole, limitare l'allargamento dell'estremità di ciascun braccio a due gradini invece che a tre come nella maggior parte dei testimoni del *carmen* di Venanzio, consente di ottenere un numero di percorsi uguale al doppio del quadrato del numero delle lettere contenute nell'asse centrale. Il braccio maggiore contiene una sequenza di 22 lettere (18 lungo l'asse e 4 fuori) e i percorsi possibili sono 648, cioè il doppio di 324, che è il quadrato di 18. Il braccio minore contiene una sequenza di 15 lettere (11 lungo l'asse e 4 fuori) e i percorsi possibili sono 242, cioè il doppio di 121, che è il quadrato di 11.

Questo è dunque un ulteriore elemento dello schema che, insieme alla planimetria di S. Ambrogio, caratterizza la geometria della croce, anche se la realizzazione non è del tutto corretta nei bracci laterali. Lo schema è rispettato perfettamente per il braccio maggiore (inferiore) e per il braccio minore (superiore), mentre, come accennavamo, i due laterali obbligano a restare lungo l'asse di simmetria finché non si esce dal blocco centrale: lo si verifica bene sul sinistro, «Crux pia refugium», ove si deve per forza procedere dritti fino a tutta la parola «crux», altrimenti manca la «p» dopo la «x». Nella nostra croce i bracci minori difettano cioè di 6 percorsi per ciascun lato dell'asse, in totale 12, per cui si arriva solo a 230: il braccio destro, poi, non rispetta lo schema del tutto, visto che vi sono state forzate 19 lettere (4 in più). Nel braccio maggiore, infine, «Crux est quam semper adoro», l'ultima e la terzultima lettera della sequenza sono uguali: vanno quindi aggiunti tre percorsi per così dire irregolari per parte (l'ultima lettera si può leggere anche tornando indietro, a dispetto della regola generale), arrivando così a 654.

Riassumendo, la possibilità di esprimere il numero dei percorsi mediante una serie numerica dipende proprio dal particolare dei due gradini: viceversa, la geometria più comune della croce di Venanzio, con i suoi tre gradini, non lo consente affatto. I tre gradini di Venanzio non generano alcuna serie numerica, mentre togliendoli del tutto (o lasciandone uno solo,

$$2 \sum_{k=1}^n k = 1 + 2n - 1 + 3 + 2n - 2 - 1 + \dots + 2n - 2 - 1 + 3 + 2n - 1 +$$

da cui:

$$2 \sum_{k=1}^n (2k-1) = 2n^2 \quad \text{cioè} \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

opzione che non dà alcuna variante) oppure riducendoli a due sì: e alla seconda possibilità, quella poi adottata, corrisponde la serie più semplice, che tra l'altro, come vedremo, da lì a pochi anni sarebbe stata al centro di particolari riflessioni.

Che la croce a due gradini dia luogo alla serie numerica è un fatto oggettivo: resta nel campo delle supposizioni, invece, se l'autore se la sia ritrovata involontariamente davanti come effetto collaterale della schematizzazione della planimetria di S. Ambrogio o se, al contrario, ciò facesse parte delle sue complesse elucubrazioni sulla geometria della croce.

I due gradini, infatti, lo abbiamo visto, dipendono dal numero di lettere che compongono le sequenze contenute nei bracci e dalla sezione di questi: collocati i versi in modo da ottenere la pianta di S. Ambrogio, i due gradini sono l'esito obbligato. Altre due varianti a due gradini – ovviamente diverse da quella milanese nella griglia modulare, che è unica perché basata su S. Ambrogio – sono quelle, già citate, di Colonia¹³ e di Erfurt: se in esse l'ordine in cui i quattro versi sono disposti nei bracci della croce corrisponde a quello consueto del *carmen* di Venanzio, presentano tuttavia due gradini e dunque il calcolo dei percorsi di lettura dà luogo alla serie dei primi n numeri dispari. Per caso, forse, poiché parrebbe trattarsi di semplici variazioni sul tema. Nel caso milanese va considerato invece che l'autore meditò ed elaborò lo schema geometrico della croce per inscrivervi la pianta della chiesa, dimostrando così una notevole consuetudine con la riflessione geometrica e aritmetica: sembra dunque lecito almeno supporre che alla sua *forma mentis* possa accordarsi anche la formulazione del calcolo dei percorsi di lettura, con una logica molto simile a quella che applichiamo noi, oggi, quando ci accostiamo alla composizione non tanto e non solo dal punto di vista letterario ma soprattutto da quello dell'analisi della geometria.

Di quale cultura geometrica e matematica poteva disporre l'autore della nostra croce, a cavallo dei secoli XII e XIII?

L'unica base certa è il Quadrivio. Le conoscenze matematiche si basavano allora su tre opere fondamentali: i libri VII, VIII e IX degli *Elementi* di Euclide, il VII (*De arithmetica*) del *De nuptiis* di Marziano Capella e i infine i due libri del *De Arithmetica* di Boezio¹⁴.

La serie che ci riguarda è enunciata tanto in Capella quanto in Boezio: dunque, poteva essere nota all'autore della croce milanese attraverso uno dei due testi o entrambi.

Nel *De nuptiis* di Capella, VII 747, leggiamo infatti: «omnis impar progressus a monade per singulas positione necessario quadratos efficit», cui segue la descrizione della somma dei numeri dispari, che dà luogo ai quadrati («primam ipsam monadem <sume>; adde triadem: fecit quattuor, primum quadratum; ad sociatis quinque fecisti secundum quadratum VIII; iunge septem, implesti quadratum XVI; addicis item nonus, et perficis quadratum XXV. eodem modo

¹³ Va precisato che questa non è geometricamente corretta: i bracci laterali sono di lunghezza diversa (*Crux mihi refugium / Crux Domini mecum*), sporgendo rispettivamente di 9 e 8 lettere. Il braccio superiore (*Crux mihi certa salus*) sporge di 11 anziché delle 10 (con *mihi*) o 12 (con *michi*) attestate di norma. Infine, essa presenta un errore di costruzione nel braccio sinistro dovuto all'omissione di una «x».

¹⁴ Cfr. P. RICHE, *Manuels et programmes de cours dans l'antiquité tardive et le haut moyen âge*, in *Manuels, programmes de cours et techniques d'enseignement dans les universités médiévales (Actes du Colloque international de Louvain-la-Neuve, 9-11 septembre 1993)*, Louvain-la-Neuve 1994, 1-7: 5. Inoltre, a carattere più generale, si vedano C.H. HASKINS, *L'origine delle università*, in *Le origini dell'Università*, a cura di G. ARNALDI, Bologna 1974, 33-84: 47, e i saggi contenuti in *Science in the Middle Ages*, Chicago-London 1978: di D.C. LINDBERG, *The Transmission of Greek and Arabic Learning to the West*, 52-90 e M.S. MAHONEY, *Mathematics*, 145-78; inoltre D.E. LUSCOMBE, *Trivium, Quadrivium and the Organization of Schools*, in *L'Europa nei secoli XI e XII fra novità e tradizione: sviluppi di una cultura* (Atti della decima Settimana internazionale di studio, Mendola 25-29 agosto 1986), Milano 1989, 81-100. Cfr. inoltre HASKINS, *La rinascita* (in particolare il cap. X) e C. VASOLI, *Scienza e tecnica nell'occidente cristiano*, in *Nuove questioni di storia medievale*, Milano 1969, 531-95.

progreditur ratio usque in infinitum»¹⁵. Analogamente nel *De Arithmetica* di Boezio, II 12, intitolato «De quadratorum numerorum generatione rursusque de eorum lateribus», si illustra la stessa somma e si conclude che «ut breviter huius forma procreationis appareat, si cuncti impares sibimet apponantur collocato scilicet naturali numero, quadratorum ordo texetur»¹⁶. Il concetto non è formulazione originale ascrivibile né a Capella né a Boezio: si tratta di una nozione già acquisita dalla scuola di Pitagora, teorizzata intorno al 100 d.C. nell'*Introductionis arithmeticae libri duo* di Nicomaco di Gerasa (il passo in questione è II 9, 3-4)¹⁷. Nicomaco (e di conseguenza Boezio che da quel testo dipende) non adduce alcuna dimostrazione, limitandosi alla sola esemplificazione geometrica della tradizione pitagorica, a cui si fanno risalire appunto le serie dei numeri triangolari¹⁸, cioè $n(n+1)/2$, dei quadrati¹⁹, cioè n^2 , e dei pentagonali²⁰, cioè $n(3n-1)/2$.

Per arrivare alla dimostrazione della serie dei primi n numeri dispari bisogna arrivare a Leonardo Fibonacci, che la formula e la assume quale punto di partenza per la teoria dei numeri nel *Liber quadratorum* del 1225²¹. Del resto, le conoscenze che egli introdusse in Europa di ritorno dai molti viaggi condotti nel Mediterraneo meridionale e orientale derivano soprattutto dagli Arabi²², a cui si devono sia sforzi originali, sia la trasmissione delle riflessioni degli antichi Greci: gli stessi *Elementi* di Euclide²³, destinati a diventare il punto di riferimento della speculazione matematica dell'epoca, giunsero in Europa attraverso le traduzioni in latino di Adelardo di Bath²⁴ dall'arabo.

¹⁵ *Martianus Capella*, ed. J. WILLIS, Leipzig 1983, 271.

¹⁶ Anicii Manlii Severini Boethii, *De arithmetica*, in *Corpus Christianorum. Series Latina*, 94 A, ed. H. OOSTHOUT - I. SCHILLING, Turnhout 1999, 118-19. La conclusione citata è preceduta dall'enunciazione seguente: «Nascuntur autem tales numeri ex naturalis numeri dispositione, non quemadmodum superiores trianguli, ut ordinatis ad se invicem numeris congregentur, sed uno semper intermisso, qui sequitur si cum superiore vel superioribus colligatur, ordinatos ex se quadratos efficient. Disponatur enim numerus naturalis hoc modo:

I II III IIII V VI VII VIII VIII X XI

Ex his igitur si unum respiciam, primus mihi natus est potestate quadratus. Quod si uno relicto priori tertium iunxero, secundus mihi quadratus efficitur. Nam si uni relicto binario ternarium apposuerò, quaternarius mihi quadratus exoritur. Quod si rursus relicto medio quaternario quinarium similiter aggregaverò, quadratus mihi tertius, id est novenarius, procreatur. Unus enim et III et V VIII colligunt. At vero si his intermisso senario septenarium iungam, tota in sedecim summa concrecit, id est quarti quadrati numerositas».

¹⁷ Nicomachi Geraseni Pythagorei *Introductionis arithmeticae libri duo*, ed. R. HOICHE, Lipsiae 1866 (ed.² Lipsiae 1893); *Introduction to Arithmetic by Nichomachus of Gerasa*, ed. M.L. D'OOGE, in *Great books of the western world*, II, Chicago - London - Toronto 1952, 807-48. Sul rapporto tra Capella e Nicomaco cfr. W.H. STAHL, *Martianus Capella and the Seven Liberal Arts. The Quadrivium of Martianus Capella*, New York - London 1971, in particolare 48-49, 150-51 e 159. Quanto a Boezio, egli riprende completamente Nicomaco: oltre all'apparato critico dell'edizione Oosthout - Schilling, cfr. M. MASI, *The Influence of Boethius' De Arithmetica on Late Medieval Mathematics*, in *Boethius and the Liberal Arts, a Collection of Essays*, a cura di ID., Berne 1981, 81-95, e ID., *Boethius's De Institutione Arithmetica in the context of medieval mathematics*, in *Atti del congresso internazionale di studi boeziani (Pavia 5-8 ottobre 1980)* a cura di L. OBERTELLO, Roma 1981, 263-72: 264.

¹⁸ Boezio in *De Arithmetica* II 8-9; Nicomaco in *Introductio Arithm.* II 8, 1-3.

¹⁹ Boezio II 10-12; Nicomaco II 9, 1-4.

²⁰ Boezio II 13-14; Nicomaco II 10, 1-3.

²¹ Sul *liber quadratorum* cfr. in particolare B. BONCOMPAGNI, *Liber quadratorum*, in *Scritti di Leonardo Pisano*, Roma 1862; *Léonard de Pise. Le livre des nombres carrés*, a cura di P. VER ECKE, Bruges 1952; E. PICUTTI, *Il 'libro dei quadrati' di Leonardo Pisano e i problemi di analisi indeterminata nel codice Palatino 577 della Biblioteca Nazionale di Firenze. Introduzione e commenti*, «*Physis*», a. 21 (1979), 195-339; L.F. SIGLER, *The book of squares: an annotated translation into modern English*, Orlando 1987.

²² Sulla cultura matematica medievale e sui rapporti col mondo greco e arabo, si vedano R. RASHED, *Recommencement de l'algèbre aux XIe et XIIe siècles*, in *The Cultural Context of Medieval Learning*, Dordrecht - Boston 1975, 33-60, C. BURNETT, *Adelard of Bath. An English Scientist an Arabist of the Early Twelfth Century*, London 1987, e l'ampia raccolta di saggi contenuta in *Mathematische Probleme im Mittelalter der lateinische und arabische Sprachbereich*, htsq. von M. FOLKERTS, Wiesbaden 1996, in particolare BURNETT, *Algorismi vel helcep decentia est diligentia*, 221-331.

²³ Le edizioni moderne degli *Elementi* sono numerose, citiamo qui *The thirteen books of Euclid's Elements*, ed. T.L. HEATH, in *Great books of the western world*, II, Chicago - London - Toronto 1952, 1-396; J. PITARD, *Les livres arithmétiques d'Euclide*, Paris 1961; *Gli elementi di Euclide*, ed. A. FRAJESE - L. MACCONI, Torino 1970.

²⁴ A proposito del suo ruolo fondamentale nella cultura del tempo, dagli studi a Tours all'insegnamento a Laon, ai viaggi nel Mediterraneo, alle sue fatiche di traduttore, cfr. M. CLAGETT, ad vocem *Adelard of Bath*, in *Dictionary of Scientific Biography*, vol. I, New York 1970; *Adelard of Bath. An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*, ed. C. BURNETT (The Warburg Institute Surveys and Texts, 14), London 1987, in particolare 55-68.

L'enunciazione della nostra serie e del suo legame con i quadrati è la considerazione iniziale del *Liber quadratorum*, e da questa viene fatta discendere una ricca messe di altre formulazioni e di teoremi. Come scrive Fibonacci stesso nel prologo del trattato, dedicato a Federico II, il *Liber* nasce da una sfida lanciategli da uno dei matematici di corte, Giovanni Palermitano: e per risolvere quella e altre questioni, Fibonacci parte proprio dalla serie dei primi n numeri dispari.

Riportiamo solo il passo più significativo, dal ms. Ambr. E 75 sup, copia membranacea del XV secolo del trattato in questione e unico rappresentante della tradizione in latino del trattato²⁵:

«Consideravi super originem omnium quadratorum numerorum et inveni ipsarum egredi ex ordinata imparium ascensione. Nam unitas quadrata est et ex ipsa efficitur primus quadratus, scilicet unum, cui unitati addito ternario facit secundum quadratum, scilicet 4, cuius radix est 2, cui etiam additioni si addatur tertius impar numerus, scilicet 5, tertius quadratus procreabitur, scilicet 9, cuius radix est 3, et sic semper per ordinatam imparium collectionem ordinata consurgit et series quadratorum» (f. 19r). Più avanti, il concetto è ulteriormente esemplificato (f. 19v) e poi dimostrato con il metodo della rappresentazione lineare (f. 20v)²⁶.

Naturalmente non è detto che Fibonacci abbia elaborato la dimostrazione solo in occasione del *Liber quadratorum*: poco si sa della sua vita e degli scambi che ebbe con gli altri studiosi. Molto probabilmente alla fine del XII secolo la serie dei primi n numeri dispari era nota solo tramite Capella e Boezio.

²⁵ Il ms. Ambr. E 75 sup. proviene dalla biblioteca del napoletano Vincenzo Pinelli, acquistata dall'Ambrosiana nel 1609, ed è rimasto praticamente sconosciuto fino a metà del XIX secolo (cfr. B. BONCOMPAGNI, *Tre scritti inediti di Leonardo Pisano secondo una lezione di un codice della biblioteca ambrosiana*, 1854; B. BONCOMPAGNI, *Liber quadratorum*, in *Scritti di Leonardo Pisano*, Roma 1862). Per la tradizione in volgare, cfr. PICUTTI, *Il libro dei quadrati*, che dà l'edizione dei due codici toscani, sempre del XV secolo, in volgare (Biblioteca Nazionale di Firenze, Cod. Pal. 557 e Biblioteca degl'Intronati di Siena, Cod. L.IV.21).

²⁶ Facciamo riferimento alla trascrizione di Boncompagni, dopo averla verificata direttamente sul codice. «Volo demonstrare quare ex ordinata imparium collectione ab uno incipiendo in infinitum, egrediatur ordinata series quadratorum. Adiaceant numeri continui ab unitate a quotcumque $bg, gd, de, eç, çì$ et componatur bg cum a unitate et egrediatur numerus t , similiter componatur unusquisque numerus cum suo antecedente et cum suo sequente et sit compositus numerorum bg et gd numerus k , numerorum vero gd et de numerus l , numerorum autem de et $eç$ numerus m , ipsorum videlicet qui sunt $eç$ et $çì$ numerus n : dico primum numeros t, k, l, m, n impares esse et continuos ab unitate, numerus enim $çì$ aut par est aut impar: si par est numerus $çì$ impar est numerus $eç$ et si impar est numerus $çì$ par est numerus $eç$, continui enim sunt, quare compositus numerorum $eç çì$, scilicet n , est impar. Similiter ostendemus compositum numerorum $de eç$, scilicet m , imparem esse, eodemque modo numeros l, k, t impares esse monstrabuntur. Dico quidem continuos impares esse numeros t, k, l, m, n , ex coniuncto quidem $eç$ cum $çì$ factus est numerus n et ex coniuncto de cum $eç$ factus est numerus m . Quot ergo superhabundat numerus $çì$ numerum de , tot superhabundat numerus n numerum m . Superhabundat enim $çì$ numerum $eç$ in uno, in quo etiam numerus $eç$ superhabundat numerum de . Ergo numerus $çì$ superhabundat numerum de in duobus, quare numerus n superhabundat numerum m similiter in duobus, in quibus etiam invenietur eodem modo numerum m superhabundare numerum l et numerum l numerum k et numerum k numerum t et numerum t unitatem a . Continui ergo impares sunt ab unitate numeri t, k, l, m, n ut prediximus. Et ut ostensum est superius, quadratus qui fit a numero $çì$ excedit quadratum qui fit a numero $eç$ in numero qui fit ex coniuncto $eç çì$, hoc est in numero n . Similiter ostendetur quadratus qui fit a numero $eç$ superhabundare quadratum qui fit a numero de in coniuncta numerorum $de eç$, hoc est in numerum m . Et quadratus qui fit a numero de superhabundat quadratum qui fit a numero gd secundum numerum l . Et quadratus qui fit a numero gd superhabundat quadratum qui fit a numero bg secundum k . Et quadratus a numero bg superhabundat quadratum unitatis secundum numerum t . Est enim t ternarius et bg est binarius. Ergo si super quadratum unitatis, hoc est super 1, addatur numerus t , in quo quadratus numeri bg superhabundat quadratum unitatis, veniet quadratus numeri bg , super quem addito numero k veniet quadratus numeri gd ; super quem quadratum $||$ si addatur numerus l veniet quadratus numeri de , super quem quadratum si addatur numerus m veniet quadratus numeri $eç$, super quem iterum si addatur numerus n , in quo quadratus numeri $çì$ superhabundat quadratum numeri $eç$, manifeste veniet quadratus numeri $çì$. Sunt enim numeri $a, bg, gd, de, eç, çì$ continui et eorum quadrati surgunt ex collectione continua impari numerorum a, t, k, l, m, n , ut oportebat ostendere».

		t		k		l		m		n
a	b	g		d		e		ç		i

Se dunque l'autore poteva effettivamente conoscere la serie dei primi n numeri dispari – e avendo egli dimostrato con l'inserimento della pianta ambrosiana nella geometria della croce milanese di avere la mentalità adatta a questo tipo di astrazione –, non è del tutto infondato supporre che egli fosse cosciente del verificarsi della serie numerica²⁷.

In conclusione, i risultati che abbiamo esposto potrebbero anche essere il frutto di fortuite coincidenze: la complessità della composizione, tuttavia, induce a ritenere il contrario e ad auspicare sempre maggiori ricerche e approfondimenti che mettano in luce la molteplicità dei piani di lettura possibili di simili testimonianze della cultura medievale²⁸.

2. La pergamena e l'autore

Veniamo dunque all'esame materiale. Dobbiamo premettere innanzitutto che esercizi e componimenti letterari sul *verso* dei documenti medievali sono molto sporadici: se dal Tre-Quattrocento in avanti simili ritrovamenti sono più frequenti – ancorché non comuni –, nei secoli XII-XIII si tratta di casi davvero rari²⁹. Una costruzione particolarmente complessa come quella della nostra croce, poi, va considerata eccezionale³⁰.

La croce è vergata sul *verso* di una membrana tagliata in tre parti, corrispondenti a ciascuno dei tre documenti sul *recto*. I tre pezzi sono conservati nel fondo della canonica di S. Ambrogio di Milano (ASMi, *Archivio Diplomatico - Pergamene per fondi*, cart. 303, nn. 142, 164 e 190, secondo la segnatura Bonomi in ordine cronologico)³¹. Sulla n. 142 c'è la prova di costruzione del braccio sinistro («Crux pia refugium»), mentre la n. 164 e la n. 190, ricongiunte, recano la croce completa.

²⁷ Infine, vale forse la pena di accennare al fatto che in altre parti d'Europa era già diffuso dal secolo XI un gioco pedagogico detto *rithmomachia*, esercizio ideato al preciso scopo di insegnare alcuni concetti base proprio del *De arithmetica* di Boezio: su una scacchiera si fronteggiano numeri pari e numeri dispari, rappresentati da diversi tipi di pedine a cui corrispondono i rapporti n , n^2 , n^2+n , $(n+1)^2$, $(n^2+n)+(n+1)^2$, $(2n+1)^2$ (cfr. in particolare A. BORST, *Das mittelalterliche Zahlenkampfspiel*, Heidelberg 1986; G. BEAUJOUAN, *L'enseignement du "quadrivium"* in *La scuola nell'occidente latino dell'alto medioevo* (Settimane di studio del Centro Italiani di Studio sull'Alto Medioevo, 15-21 aprile 1971), XIX/2 Spoleto 1972, 639-67).

²⁸ Un esempio recente in tal senso è offerto in W. PÖTTERS, *Nascita del sonetto. Metrica e matematica al tempo di Federico II*, Ravenna 1998. Pötters ricostruisce alcuni legami tra la letteratura e la matematica, tra numeri generati dalla misurazione del cerchio e dalla proporzione aurea: certe figure e certi calcoli presenti nei testi scientifici medievali concordano con le strutture astratte presenti nel sistema formale del sonetto (in particolare il rapporto tra le 11 sillabe e i 14 versi).

²⁹ A questo proposito si vedano vari contributi di Alfredo Stussi: innanzitutto il caso del componimento poetico in volgare e delle scritture musicali in notazione neumatica scritti sul *verso* di un contratto ravennate del 1127 in A. STUSSI, *Versi d'amore in volgare tra la fine del secolo XII e l'inizio del XIII*, «Cultura neolatina» 59 (1999), 1-69; esempi trecenteschi reperiti in filze notarili padovane sono illustrati in A. STUSSI, *Versi in Archivio*, in *Italica et Romanica. Festschrift für Max Pfister zum 65. Geburtstag*, I, Tübingen 1997, 371-382; un'altra composizione più tarda, scritto su un registro di livelli quattrocenteschi di area pisana, è descritta in A. STUSSI, *Il monaco e la Vergine (altri versi in archivio)*, in *Studi vari di lingua e letteratura italiana in onore di Giuseppe Velli*, Milano 2000, 187-198. Per quanto riguarda l'area milanese, i secoli centrali del Medioevo sono avari di materiale simile: un componimento scherzoso tardo-duecentesco recita «Est m(ih)i velle mori dum vinum deficit ori / deficiente mero non ego letus ero», vergato a margine di un registro di S. Ambrogio (Archivio di Stato di Milano (d'ora in poi ASMi), *Pergamene per fondi*, cart. 347). Dal Quattrocento in avanti non è invece infrequente imbattersi in motti, modi di dire, sentenze e massime scritte dai notai nei propri protocolli.

³⁰ Se, come abbiamo visto, è già raro imbattersi in motti e brevi componimenti sul *verso* di pergamene medievali, il caso della croce santambrosiana è addirittura unico. A titolo puramente statistico va considerato che non esiste nulla di simile tra le migliaia di pergamene milanesi fino all'inizio del XIV secolo (in ASMi, contando solo quelli redatti a Milano, sono conservati più di 1800 pezzi del XII e oltre 8000 del XIII); e neppure negli altri fondi dell'ASMi contenenti membrane di ogni provenienza (*Museo Diplomatico* - che conta 800 pezzi fino al XI secolo -, *Pergamene per fondi*, *Fondo di religione* e i vari fondi minori).

³¹ Le carte della canonica santambrosiana sono oggi conservate in parte presso l'ASMi, in parte presso l'Archivio capitolare di S. Ambrogio, *Pergamene del sec. XII* (d'ora in poi Archivio di S. Ambrogio): per le vicende archivistiche, rispettivamente A.R. NATALE, *L'Archivio Generale del Fondo di Religione dello Stato di Milano. Note e documenti*, Milano 1969 e A.R. NATALE, *Introduzione a Il Museo Diplomatico dell' Archivio di Stato di Milano*, I, Milano 1971, VII-XXXIII e A. AMBROSIONI, *Le pergamene della canonica di S. Ambrogio nel secolo XII. Le preposizioni di Alberto di S. Giorgio, Lanterio Castiglioni, Satrapa (1152-1178)*, Milano 1974, XIII-XX.

La mano autrice della croce sul *verso* è sincrona a quella dei documenti sul *recto*. Questi sono conferme della prebenda (nella chiesa di Dairago) assegnata al canonico di S. Ambrogio *Petrus Longus* da parte di tre diversi pontefici, pervenute in copia autentica: Alessandro III nel 1179³², Clemente III nel 1188³³ e Celestino III nel 1192³⁴. Nessuno dei registi e delle edizioni registra la singolare composizione sul *verso*³⁵.

Le copie sono state autenticate una per una, in modo identico: esemplate dal notaio *Petrus Rabbus* e sottoscritte dai notai *Iohannes Brozius* e *Obizo Cutica*.

(ST) Ego Iohannes Brozius notarius autenticum huius exempli sigilatam sigillo Alexandri pape vidi et legi et sic in eo continebatur ut in isto legitur exemplo preter litteras plus minusve.

(ST) Ego Obizo Cutica notarius autenticum huius exempli vidi et legi et sic in eo continebatur ut in isto legitur exemplo preter litteras plus minusve.

(ST) Ego Petrus Rabbus notarius sacri palatii hoc exemplum ex autentico exemplavi et sicut in eo continebatur ita in isto extra litteras plus minusve.

Per la datazione delle copie, oltre alla data del documento più recente (1192), possiamo considerare sia l'attività dei notai autenticatori, sia le altre menzioni del canonico destinatario dei privilegi. Il notaio *Petrus Rabbus* è attestato almeno tra il 1197 e il 1215³⁶; *Iohannes Brozius* dal 1181 al 1203³⁷, *Obizo Cutica* dal 1177 al 1198³⁸. La redazione delle copie autentiche, quindi, supera difficilmente i primissimi anni del XIII secolo.

³² N. 142: 1179 marzo 27, Roma. Alessandro III conferma al *magister Petrus Longus* la prebenda nella chiesa di Dairago. Cfr. regesto di F. KALTENBRUNNER, *Papsturkunden in Italien*, «Sitzungsberichte der philos.-hist. Cl. der K. Akad. der Wiss.», XCIV, Wien 1879, 675, n. 8638a; P. JAFFÉ - S. LÖWENFELD, *Regesta pontificum Romanorum*, Leipzig 1881-1888 [= Graz 1956], n. 13192, con data 1166-1179; P.F. KEHR, *Regesta Pontificum Romanorum, Italia pontificia*, VI, *Liguria sive provincia Mediolanensis pars I, Lombardia*, Berolini 1913, 82, n. 32 (Milano, S. Ambrogio canonica) e 137, n. 1 (Dairago, chiesa di S. Genesio) con data 1178-79; edito in J.V. PFLUGK-HARTTUNG, *Acta Pontificum Romanorum inedita*, Stuttgart 1884, III, n. 415, che data la copia al XIV sec. e non accenna al verso.

³³ N. 164: 1188 maggio 14, Roma. Clemente III assume il canonico *magister Petrus* e i suoi beni sotto la protezione apostolica, confermando in particolare la prebenda nella chiesa di Dairago. Cfr. regesto in KALTENBRUNNER, *Papsturkunden in Italien*, 688, n. 10074a; JAFFÉ - LÖWENFELD, *Regesta*, n. 16229; KEHR, *Regesta*, 83, n. 38 (Milano, S. Ambrogio canonica) e 137, n. 2 (Dairago, chiesa di S. Genesio); edito in PFLUGK-HARTTUNG, *Acta*, III, n. 278, che data la copia al XIII sec. e non accenna al verso.

³⁴ N. 190: 1192 maggio 6, Roma. Celestino III conferma al *magister Petrus Longus* la prebenda nella chiesa di Dairago. Cfr. edizione in P.F. KEHR, *Papsturkunden in Mailand*, «Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse», Göttingen 1902, 67-129, n. 39; regesto in S. LÖWENFELD, *Papsturkunden in Italien* «Sitzungsberichte der philos.-hist. Cl. der K. Akad. der Wiss.», XCVII, Wien 1882, 66; JAFFÉ - LÖWENFELD, *Regesta*, n. 16863; KEHR, *Regesta*, 84, n. 42 (Milano, S. Ambrogio canonica) e 137, n. 3 (Dairago, chiesa di S. Genesio).

³⁵ I tre documenti sono menzionati anche nella relazione generale sui lavori di riordinamento e inventariazione contenuta in «Annuario del Regio Archivio di Stato in Milano per l'anno 1912», Milano 1912, 47. Il caso viene citato come esemplare di come, grazie alla segnatura Bonomi, alcuni pezzi dispersi abbiano potuto essere correttamente ricollocati nell'archivio del capitolo di S. Ambrogio: in particolare riferisce di un quesito posto in quel periodo all'Archivio circa la provenienza esatta di «tre piccoli privilegi pontificii a favore del *magister Petrus Longus* cui si confermava la prebenda della chiesa di Dairago»; possiamo immaginare che la richiesta sia stata avanzata dal Kehr, che stava appunto compilando il volume dei *Regesta Pontificum Romanorum* su Milano. Le carte del capitolo di S. Ambrogio si trovavano infatti confuse insieme a quelle del monastero e a quelle di Chiaravalle: cfr. la relazione di Cesare Manaresi al direttore Luigi Fumi nel dicembre 1910, «Annuario del Regio Archivio di Stato di Milano per l'anno 1911», Milano 1911, in particolare 76-77 e 90.

³⁶ Per le date estreme delle sua attività si veda 1197 marzo 13 in ASMi, *Fondo di religione*, cart. 2155 e 1215 ottobre 20 ottobre in ASMi, *Archivio Diplomatico - Pergamene per fondi*, cart. 304, n. 85. Cfr. inoltre C. MANARESI, *Gli atti del comune di Milano fino all'anno MCCXXVI*, Milano 1919, nn. 231 del 23 ottobre 1200 (come testimone), n. 247 del 20 luglio 1202 (roga come «Ego Petrus qui dicor Rabbus notarius domini Henrici imperatoris»), n. 255 del 4 febbraio 1203 (come testimone), n. 314 dell'8 giugno 1208 in cui si cita un documento del 1207 rogato «a Petro Rabbo publico notario», nn. 325 e 326 del 12 agosto 1209 (come testimone). Sono pervenute altre copie autentiche di sua mano, ancora dell'archivio di S. Ambrogio: un documento dell'arcivescovo Oberto del 1147 e uno di Alessandro III del 1181 (cfr. Archivio di S. Ambrogio, nn. 79 e 149).

³⁷ Cfr. ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 144 del 1181 agosto 11; ASMi, *Fondo di religione*, cart. 2249 del 1203 ottobre 11.

³⁸ Cfr. ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 134 del 1177 agosto 1; *ibidem*, n. 217 del 1198 settembre 26.

Quanto al committente di queste copie, egli deve essere il canonico di S. Ambrogio *Petrus Longus*: nato prima del 1130 (sappiamo che aveva più di 70 anni nel 1200)³⁹, compare nei documenti come canonico a partire dal 1169⁴⁰, diventa cimiliarca della canonica verso il 1182-83⁴¹ ed è poi preposito sicuramente dal 1192 al 1202 (probabilmente fino al 1204), quando viene menzionato per l'ultima volta⁴². L'appellativo *magister*, che gli è attribuito in molti casi insieme a

³⁹ Egli stesso afferma «LXX annorum et plurium sum» nelle testimonianze rese nel 1200, cfr. ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n.n. (allegate al n. 20); il documento è acefalo, ma non può che trattarsi della deposizione resa da *Petrus Longus*: il teste è il preposito in carica e definisce *Guifredus Longus* proprio nipote. Per la datazione delle testimonianze si consideri che esse fanno parte di un gruppo omogeneo per contenuto e mano e contenente le deposizioni di vari personaggi: manca l'indicazione dell'anno ma la corrispondenza dei giorni della settimana e del mese riconduce all'anno 1200 (p. es. una delle testimonianze è datata venerdì 8 dicembre).

⁴⁰ Per gli anni precedenti le conferme apostoliche di cui sopra, cfr. AMBROSIONI, *Le pergamene della canonica di S. Ambrogio*: si vedano il n. 57 del 9 febbraio 1169 (citato come *canonicus*, in ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 102), il n. 73 del 6 giugno 1172 (come *canonicus* e *magister*, in Archivio di S. Ambrogio, n. 122) e il n. 82 dell'8 maggio 1173 (*magister, clericus et canonicus*, in Archivio di S. Ambrogio, n. 127). Come *magister presbiter* è elencato tra i canonici che compaiono il 20 gennaio 1182 (ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, nn. 148-149).

⁴¹ Dal 1182-83 diventa cimiliarca: nelle testimonianze del 14 marzo 1190 contro l'abate del monastero, che risultano prodotte insieme dal «prepositus et magister Petrus canonice Sancti Ambrosii», si dichiara che il *magister Petrus*, cimiliarca in carica, riveste quella funzione da 7 anni (ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n. 12), e così pure riportano quelle di parte avversa raccolte l'11 ottobre 1189 e redatte in pubblica forma il 13 marzo 1190 (Archivio di S. Ambrogio, n. 165); ancora, è ricordato nell'elenco dei cimiliarchi nelle testimonianze rese a favore dall'abate del monastero «contra prepositum canonice Sancti Ambrosii et Petrum Longum» del 27 luglio 1189, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n. 11; compare come *magister cymiliarca et concanonicum* in Archivio di S. Ambrogio, nn. 163-164 e in ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n. 13 del 3 marzo 1190 (G.P. PURICELLI, *Ambrosianae Mediolani basilicae ac monasterii hodie cisterciensis monumenta*, Mediolani 1645, 1082, poi in J.G. GRAEVIL, *Thesaurus antiquitatum et historiarum Italiae*, IV/ I, Lugduni Batavorum 1722, 471); sempre come cimiliarca in Archivio di S. Ambrogio, n. 165 del 13 marzo 1190, in ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n. 14 del 17 aprile 1190, in *ibidem* e in Archivio di S. Ambrogio, nn. 169, 170 e 171 del 17 marzo 1191 (PURICELLI, 1091, poi in GRAEVIL, *Thesaurus antiquitatum*, 475; C. VIGNATI, *Codice diplomatico laudense, parte seconda: Lodi nuovo*, Milano 1883 (Bibliotheca Historica Italica, III), n. 151), in Archivio di S. Ambrogio, n. 172 del 22 marzo 1191 (il giorno della settimana corrisponde però al 23), n. 174 del 31 marzo 1191 e n. 206, s.d.; ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 178* del 3 aprile 1191.

⁴² Dal 1192 risulta preposito: *presbitero et preposito ecclesie et canonice* in *ibidem*, n. 192 del 15 settembre 1192, Archivio di S. Ambrogio, n. 179 del 19 novembre 1194, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 203 del 5 maggio 1195, n. 204 del 26 novembre 1195, n. 205 dell'8 dicembre 1195, Archivio di S. Ambrogio, n. 186 del 24 gennaio 1196, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 206 del 3 maggio 1196, Archivio di S. Ambrogio, nn. 187, 188, 190, 191, 192 del 17 e 18 gennaio, del 28 marzo, del 21 agosto e del 5 dicembre 1197, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 213 del 7 marzo 1198, n. 215 del 19 maggio 1198, n. 217 del 26 settembre 1198 e Archivio di S. Ambrogio, n. 197 in pari data e n. 198 del 7 ottobre, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 218 del 6 novembre 1198 e Archivio di S. Ambrogio, n. 197 in pari data, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, nn. 219 e 220 del 7 novembre 1198, Archivio di S. Ambrogio, n. 201 del 7 gennaio 1199, ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 303, n. 222 del 1 marzo 1199, n. 224 del 30 marzo 1199, Archivio di S. Ambrogio, n. 203 del 29 aprile 1200; dicembre 1200 in ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n. 21 (testimonianza del canonico *Manfredo Oculi Blanci* del 13 dicembre 1200 – il documento non reca l'anno ma solo il numero del mese e il giorno della settimana mercoledì, corrispondenti appunto al 1200 –; vi si dichiara che *Petrus* fu nominato cimiliarca dal preposito Nazaro, successore di Satrapa e predecessore di *Petrus* stesso; analoghe informazioni si traggono dalle testimonianze degli altri canonici chiamati a deporre lungo il mese di dicembre e all'inizio di gennaio); ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n. 23 (senza data, ma si tratta delle allegazioni nella causa del 1201 e l'abate in carica è Arialdo, cfr. i documenti del monastero di quell'anno in *ibidem*, cart. 304); ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 304, n. 5 del 13 aprile 1201, n. 6 del 17 aprile 1201, n. 14 del 10 febbraio 1202, n. 18 del 1 novembre 1202, nn. 20 e 21 del 18 marzo 1203, n. 22 del 19 marzo 1203, n. 23 del 4 giugno 1203 e, infine, n. 27 del 5 gennaio 1204. Dal 13 giugno 1205 risulta invece preposito *Petrus de Oxio* (*Ibidem*, n. 30), e *Petrus Longus* non compare più nei documenti: probabilmente il *Longus* era morto nel frattempo. In generale, non sempre il preposito compare con il nome completo: considerando che, in questi anni, sono contigue le prepositure di due uomini di nome *Petrus*, potrebbe porsi qualche dubbio sull'identità del preposito nei docc. che abbiamo citato tra il 1 novembre 1202 e l'ultima menzione del 5 gennaio 1204, ove non è specificato *Longus*. Per gli ultimi anni di *Petrus* si vedano anche i riferimenti contenuti in A. AMBROSIONI, *Controversie tra il monastero e la canonica di S. Ambrogio alla fine del secolo XII*, «Rendic. dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere», 105 (1971), 643-80: 661-62.

quelli di *clericus* e *canonicus*, indica che seguì un corso regolare di studi⁴³ e suggerisce che abbia svolto attività di insegnamento, probabilmente presso la scuola della stessa canonica⁴⁴.

In sintesi, la coincidenza delle date della nomina a preposito e dell'ultima conferma della prebenda canonica a lui spettante potrebbe indicare che a quell'anno risalgano anche le tre copie autentiche: che *Petrus* abbia cioè fatto redigere un *dossier* completo delle conferme apostoliche che lo riguardavano nel 1192, quando assurse alla prepositura.

Le ipotesi sulla paternità della croce dipendono da tutte le considerazioni che abbiamo fin qui esposto. Il profilo dell'autore che ne emerge è quello di un uomo dotato di una buona cultura letteraria e religiosa, di una notevole sensibilità per la geometria e l'analisi dei rapporti planimetrici, probabilmente anche di una spiccata attitudine per la matematica. Possiamo infine aggiungere che egli doveva avere con la basilica ambrosiana almeno una grande consuetudine, se non una familiarità affettiva.

L'evidenza degli indizi sembra condurre al destinatario delle conferme apostoliche, il preposito di S. Ambrogio *Petrus Longus*: la prova sicura potrebbe essere fornita solo da un confronto grafico, ma di costui non conosciamo la mano⁴⁵. Un personaggio del genere conosceva sicuramente il *carmen* attribuito a Venanzio, così diffuso nel Medioevo, aveva negli occhi e nel cuore la pianta di S. Ambrogio e aveva certo studiato Capella e Boezio. Se è lui l'autore, date le inclinazioni che rivela, forse insegnava geometria o aritmetica.

L'analisi paleografica e le circostanze di redazione delle copie, lo ripetiamo, non lasciano dubbi: difficile andare oltre l'inizio del XIII secolo. E il nostro preposito, appunto, sembra non essere sopravvissuto oltre il 1204. Da escludere invece che la croce si debba a uno dei notai che autenticarono le tre copie: sia perché il profilo dell'autore che abbiamo ricostruito in base alla natura e al contenuto dell'esercizio pare decisamente poco adattabile a un notaio, sia sulla base dell'esame grafico. La mano dei notai sottoscrittori, infatti, non presenta alcuna affinità con quella della croce: quella dell'esemplatore, *Petrus Rabbus*, potrebbe teoricamente essere una declinazione più posata e libraria della stessa mano, ma il confronto grafico condotto lettera per lettera anche su maiuscole e iniziali dei suoi numerosi documenti pervenuti pare escluderlo..

Comunque, come del resto pare naturale, la croce è stata vergata sulla membrana quando essa già recava sul *recto* i tre documenti: la croce è perfettamente impaginata nella direzione

⁴³ Il titolo di *magister* indica che lo studente aveva seguito un determinato corso di studi e ottenuto la *licentia docendi*: non necessariamente, però, i *magistri* intraprendevano la carriera dell'insegnamento, dedicandosi piuttosto a ricoprire alte cariche nei diversi campi. Sull'equivalenza originaria dei titoli di *magister*, *doctor* e *professor*, cfr. H. RASHDALL - F.M. POWICKE, *The universities of Europe in the middle ages*, I, Oxford 1936, 19-20; sulla terminologia relativa agli insegnanti si vedano HASKINS, *L'origine delle università*, 39; sui *magistri*: H. GRUNDMANN, *La genesi dell'Università nel Medioevo*, in *Le origini dell'Università*, 91-93; O. WEIJERS, *Terminologie des universités au XIII^e siècle*, Roma 1987 (Lessico intellettuale europeo 39), in particolare sul *magister* 133-42.

⁴⁴ Non disponiamo di notizie precise sulla scuola canonica di S. Ambrogio. Alcuni accenni a quella del monastero, che conobbe il momento più alto nel IX secolo, grazie alla penetrazione di testi, metodi di insegnamento e persone provenienti dalle zone centrali dell'impero carolingio, sono contenuti in M. FERRARI, *La biblioteca del monastero di S. Ambrogio: episodi per una storia in Il monastero di S. Ambrogio nel Medioevo (Convegno di studi nel XII centenario: 784-1984)*, Milano 1984, 82-164; ID., *Due inventari quattrocenteschi della biblioteca capitolare di S. Ambrogio di Milano*, in *Filologia umanistica per Gianvito Resta*, a c. di V. FERA - G. FERRAÙ, Padova 1997, 771-814, che riferisce di come i canonici, sotto l'impulso del preposito Martino Corbo (1135-1152), abbiano dato vita ad una biblioteca ricca e ricercata. Quanto all'attribuzione del titolo di *magister*, essa è legata anche a un altro canonico di S. Ambrogio contemporaneo di *Petrus*, il *presbiter et canonicus Prevostus*, che in una deposizione resa l'8 dicembre 1200 dichiara di avere 66 anni («ego sum annorum LXVI, sicut credo, et ab annis LX infra et LXV supra steti et usus fui tanquam scholaris per bienium vel circa bienium in canonicis Beati Ambrosii», «et triginta anni sunt quod sum canonicus»). Cfr. le testimonianze conservate in ASMi, *Pergamene per fondi*, cart. 343, n.n. (allegate al n. 20): esse non recano l'anno, ma il giorno del mese e il giorno della settimana corrispondono al 1200; a conferma della datazione, il *magister Petrus Longus* è indicato quale preposito in carica (nonché ex-cimiliarca durante la prepositura del suo predecessore Nazaro).

orizzontale (i due bracci laterali sono disegnati infatti a pochi millimetri di distanza dai margini).

L'ipotesi che ci sembra più probabile è che le tre copie autentiche siano state consegnate al canonico, ormai preposito, che le aveva richieste, e che costui abbia elaborato la croce sul *verso* a guisa di ringraziamento e preghiera, oltre che di esercizio geometrico. Si trattava del resto di una pergamena di suo interesse personale, poi confluita insieme a quelle della canonica. La separazione dei documenti avvenne molto più tardi, piegandosi all'esigenza dell'ordinamento cronologico: il che ci porta alla fine del XVIII secolo e a Ermete Bonomi⁴⁶.

La croce santambrosiana racchiude in sé il carattere poliedrico e tuttavia unitario della cultura medievale: così come molteplici sono le possibilità di leggere quei quattro versi nella croce, molteplici sono i piani della composizione, dalla letteratura e dalla devozione alla geometria e all'architettura, alla matematica, e forse ad altro ancora che ci sfugge.

Un simile esempio è prezioso perché ci offre la possibilità di misurare direttamente le conoscenze e la *forma mentis* di un dotto uomo di Chiesa e quindi una chiave di lettura del sapere medievale. E' una testimonianza rara, unica perché «privata», ma anche tipica ed esemplare della cultura che l'ha prodotta. La cultura di un uomo che ha saputo concepire una complessa variazione sul tema di un *carmen figuratum* venanziano di argomento religioso e ne ha modificato la geometria allo scopo di inscrivere nella pianta della basilica santambrosiana; inoltre, il risultato ottenuto rappresenta geometricamente il numero dei percorsi di lettura possibili attraverso una serie numerica fondamentale per la teoria dei numeri quadrati. Una cultura che è sintesi di molteplici discipline comprese entro un unico orizzonte di significato, quando la matematica e la geometria erano ancora descrizione e allegoria, non solo simbolo e calcolo: senso ed essenza della realtà, non solo strumento tecnico. Un unico pensiero in cui si fondono molti saperi attraverso i legami indissolubili della dipendenza reciproca, in una dinamica di continuo scambio che a noi, oggi, stupisce: e che la croce del *magister Petrus Longus*, preposito di S. Ambrogio a Milano sul finire del XII secolo, ci aiuta a riscoprire.

⁴⁵ Nessuno dei documenti conservati in ASMi e in Archivio di S. Ambrogio reca una sua sottoscrizione autografa.

⁴⁶ L. GUERCI, ad vocem *Bonomi Ermete*, in *DBI*, XII (Roma 1970); A. RATTI, *Del monaco cistercense don Ermete Bonomi e delle sue opere*, «Archivio Storico Lombardo», s. III, v. III, 22 (1895), 302-82; M.A. CONTE, *Ermete Bonomi archivista cistercense. Studi su Medioevo e Diplomatica in Sant' Ambrogio di Milano nel Settecento*, «Archivio storico lombardo», s. XI, V, 103 (1988), 151-82.